Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat

Задача 1. (6 баллов) Вова готовился к марафону. В первый день он пробежал 7 км, а каждый следующий день – на 3 км больше, чем в предыдущий. Сколько километров он пробежал в девятый день?

Ответ: 31

Решение: Пробежки Вовы образуют арифметическую прогрессию с $a_1=7$, $d=3$.
Тогда $a_9=a_1+(9-1)*d=7+8*3=31$ км

Задача 2. (7 баллов) В примере одинаковые буквы заменяют одинаковые цифры, а разные – различные цифры. Чему равно число abab? (См. рис. 1)

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} abab \\ baba \end{array} \\ \hline caaac \end{array}$$

Рисунок 1

Ответ: 2929

Решение: Если a+b≤9, то сумма будет четырёхзначной, значит, a+b>9. Тогда крайняя левая цифра равна 1 (c=1), потому что сумма двух чисел вкупе с переносом единицы из предыдущего разряда не может дать число, большее 19. Поскольку крайняя правая цифра суммы тоже c, то b+a=11. Тогда из второго столбца a+b=11, и единица перенеслась из разряда единиц, то есть вторая справа цифра суммы равна 2, или a=2. Поэтому b=9, и число abab равно 2929.

Задача 3. (9 баллов) Вася склеил гранями два игральных кубика. Когда он подсчитал сумму всех видимых цифр на получившейся фигуре, у него получилось 34. Какие две цифры Вася склеил, если они чётные и различные?

Ответ: 2, 6

Решение: Сумма очков на всех гранях одного кубика равна 21, а на двух - 42. Если сумма видимых цифр – 34, то сумма двух склеенных – 42-34=8. Её дадут 2+6, 3+5, 4+4. Условию чётности и различности удовлетворяют только 2 и 6, что и будет ответом.

Задача 4. (10 баллов) Часовая стрелка на циферблате передвинулась ровно на 19 минут. Сколько времени прошло (в часах и минутах)?(См. рис. 2)

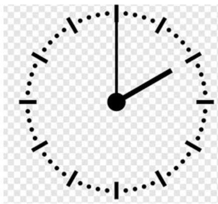

Рисунок 2

Ответ: 3 часа 48 минут

Решение: Часовая стрелка передвигается на 5 минут за час. Составим пропорцию: 5 минут – 1 час, 19 минут – x часов. Тогда x= 19/5 часа или 3 часа 48 минут.

Задача 5. (10 баллов) На турнире по программированию каждая задача получает свой рейтинг в зависимости от того, сколько человек её решили. Максимальный рейтинг задачи равен 100, если её не решил никто. Задачу с рейтингом 0 решили все, в остальных случаях рейтинг рассчитывается по формуле 100-100*a/n, где n – общее количество участников, a – количество участников, решивших эту задачу. Какое минимальное количество человек приняло участие в турнире, если у самой сложной задачи был рейтинг 87.5?

Ответ: 8

Решение: Рейтинг задачи 100-100*a/n=87.5. Отсюда 100*a/n=12.5. 100*a=12.5*n. 8*a=n. Числа a и n обозначают количество участников, поэтому являются целыми. Минимальное n достигается при a=1, n=8.

Задача 6. (10 баллов) Бабушка Иоанна разливала оливковое масло в бутылки с прямоугольным сечением. Она налила полную бутылку масла с донышком 6×8 (см^2), и столько же масла она налила в бутылку 7×9 (см^2). Найдите высоту масла во второй бутылке, если масло в первой бутылке налито на высоту 21 см.

Ответ: 16 см

Решение: Объём масла в первой бутылке - 6×8×21=1008 (см^3), такой же объём масла будет во второй бутылке, откуда посчитаем высоту: 1008/ (7×9) = 16 см.

Задача 7. (10 баллов) Антон и Андрей встретились в бассейне 1 ноября во вторник. Антон ходит в бассейн через 3 дня (на четвёртый), а Андрей – каждый вторник. Когда в следующий раз Антон и Андрей встретятся в бассейне? (указать число и месяц, например, «11 января»)

Ответ: 29 ноября.

Решение: Если Антон ходит в бассейн каждый четвёртый день, а Андрей – каждый седьмой, то они встретятся спустя 4×7=28 дней, то есть 29 ноября.

Задача 8. (12 баллов) У электронных часов перегорели некоторые сегменты у одной из позиций. Две разные цифры часы показывают так, как изображено на рисунке. Что это за цифры? (См. рис. 3)

Рисунок 3

Ответ: 3,0

Решение: Сегменты, которые горят на рисунках, работающие. Значит, в первой из цифр нет двух левых сегментов. Единственная цифра, у которой их нет, но есть центральная перемычка – это 3. Поэтому на часах не работают два правых сегмента, верхний и нижний. У второй цифры должны иметься два левых сегмента и не иметься средней перемычки, что возможно только для 0 (у единицы горят два правых сегмента).

Задача 9. (12 баллов) Мама давала детям яблоки в школу. Первый ребёнок получил 1 яблоко и $\frac{1}{6}$ всех остальных яблок, второй – 2 яблока и $\frac{1}{6}$ остатка ... пятый – 5 яблок и $\frac{1}{6}$ остатка. Когда дети ушли в школу, мама поняла, что у неё не осталось яблок. Сколько яблок было изначально?

Ответ: 25

Решение: Пятый ребёнок получил 5 яблок и $\frac{1}{6}$ остатка. То есть маме должно было достаться $\frac{5}{6}$ остатка яблок, что равно 0, тогда $\frac{1}{6}$ яблок – тоже 0, и пятый ребёнок получил 5+0=5 яблок. Четвёртый ребёнок получил 4 и $\frac{1}{6}$ остатка яблок, тогда у пятого – $\frac{5}{6}$ остатка, что тоже равно 5, то есть $\frac{1}{6}$ остатка яблок на этом этапе – 1 яблоко, тогда четвёртый ребёнок получил 4+1=5 яблок. После ухода третьего ребёнка осталось 5+5=10 яблок. Третьему дали 3 яблока и $\frac{1}{6}$ остатка. 10 яблок после его ухода составляют $\frac{5}{6}$, тогда $\frac{1}{6}$ – это 2 яблока. Таким образом, третий получил 3+2=5 яблок, второй – 2+3=5 яблок, а первый 1+4=5 яблок. То есть мама отдала каждому по 5, а всего 25 яблок.

Задача 10. (14 баллов) В параллелограмме, площадь которого равна 48 см^2, на верхней и нижней сторонах отмечены точки, делящие эти стороны пополам. Эти точки соединены с противоположными вершинами параллелограмма. Чему равна площадь закрашенной фигуры?(См. рис. 4)

Ответ: 12 см^2

Решение: Соединим середины противоположных сторон. Это разбивает параллелограмм на два равных (с площадями 24 см^2), и в каждом из них закрашен треугольник с вершиной в центре параллелограмма. Так как центр делит каждую диагональ параллелограмма пополам, то площадь каждой из двух закрашенных частей равна четверти площади параллелограмма, то есть 6 см^2. Итого в сумме – 12 см^2.

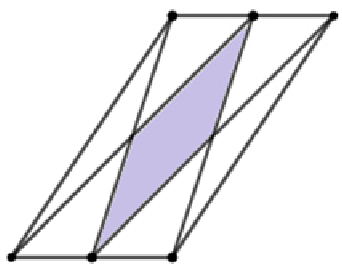

Рисунок 4